**Олимпиадные задания по математике 9 класс**

1. Корень из числа 49 можно извлечь по такой «формуле»: ? 49 = 4 + ?9.
Существуют ли другие двузначные числа, квадратные корни из которых извлекаются аналогичным образом и являются целыми? Укажите все такие двузначные числа.

2. ABC – равнобедренный треугольник с вершиной А. угол А=27°. Точка D симметрична точке В относительно А. Чему равен угол BCD?

3. Мальчик стоит на автобусной остановке и мёрзнет, а автобуса нет. Ему хочется пройтись до следующей остановки. Мальчик бегает вчетверо медленнее автобуса и может увидеть автобус на расстоянии 2 км. До следующей остановки ровно километр. Имеет ли смысл идти, или есть риск упустить автобус?

4. Про числа a и b известно, что a = b+ 1. Может ли оказаться так, что a4 = b4?

5. Какое наименьшее количество клеток квадрата 5 x 5 нужно закрасить, чтобы в любом квадрате

 3 x 3, являющемся его частью, было ровно 4 закрашенных клетки?

6. Найти все решения уравнения *|х2 – 4| + |х2 – 9| = 5*.

7. Баба Яга и Кащей Бессмертный собирали мухоморы. Общее число крапинок на мухоморах Бабы Яги оказалось в *13* раз больше, чем у Кащея. Когда Баба Яга отдала Кащею мухомор с наименьшим количеством крапинок, на её мухоморах стало в *8* раз больше крапинок, чем у Кащея. Доказать, что сначала у Бабы Яги было не более *23* мухоморов.

8. Пусть *Р* и *Q* — середины сторон *АВ* и *CD* четырёхугольника *ABCD*, *М* и *N* — середины диагоналей *АС* и *BD*. Докажите, что если прямые *MN* и *PQ* перпендикулярны, то *ВС* = *AD*.

9. Перед боем у Василия Ивановича и Петьки было поровну патронов. Василий Иванович израсходовал в бою в *8* раз меньше патронов, чем Петька, а осталось у него в *9* раз больше патронов, чем у Петьки. Доказать, что изначально количество патронов у Василия Ивановича делилось на *71*.

Решение задач по математике 9 класс

1. Да, существуют: 64 и 81.
Рассмотрим все двузначные числа, являющиеся квадратами целых чисел. Корни из чисел 16, 25 и 36 не могут быть извлечены указанным способом, так как квадратные корни из их последних цифр не являются целыми. Числа 49, 64 и 81 являются решениями.
Ответ в задаче не изменится, если не требовать, чтобы корень был целым. 10a + b = a2 + 2a?b + b. Так как в левой части равенства стоит целое число, то и число, стоящее в правой части, должно быть целым. Отсюда следует, что b = 0, 1, 4 или 9, то есть a + ?b - целое число.

2. Ответ: 90°.

3. Ответ: имеет смысл идти.
Пусть мальчик пошел к следующей остановке и в какой-то момент заметил автобус. Скорость автобуса в четыре раза больше скорости мальчика, поэтому за одно и то же время автобус проезжает расстояние в четыре раза больше. Пусть мальчик пробежит х км, тогда автобус проедет 4х км. В случае, если они двигаются навстречу друг другу, до встречи с автобусом мальчик пробежит 2/5 км. Это значит, что, отойдя от остановки не более, чем на 2/5 км, мальчик сможет успеть на автобус, побежав назад.
В случае, если автобус догоняет мальчика, мальчик успеет пробежать 2/3 км до момента, когда автобус его догонит.
Это означает, что он сможет успеть на автобус, если до следующей остановки осталось не более 2/3 км, то есть, если он успел пройти не менее 1/3 км до момента, когда заметил автобус. Так как, 1/3 < 2/5 , то у мальчика всегда будет возможность успеть на автобус и имеет смысл идти.

4. Ответ: да, может. Пусть а = 1/2, b = -1/2, тогда a4 = b4 = 1/16. Можно доказать, что этот пример – единственный (от учащихся это не требуется). Действительно, a4 = b4 ? |a| = |b|. Случай a = b невозможен, случай a = -b дает указанный пример.

5. Ответ: 7 клеток.