

Математика пәні бойынша
Республикалық оқушылар олимпиадасының
облыстық кезеңі

2017-2018 оқу жылы

9 сынып

1 тур

Құрметті қатысушылар! Олимпиада кезінде ұялы телефон, калькулятор және де басқа электронды құралдарды қолдануға тиым салынады. Көшіруге тиім салынады. Олимпиада уақытында дәрісханадан шығуға тиым салынады.

Жұмыс уақыты: 180 минут

Әр есеп 7 ұпайға бағаланады

1. Қосындыны есептеңіз:

$$\frac{3}{1! + 2! + 3!} + \frac{4}{2! + 3! + 4!} + \dots + \frac{2018}{2016! + 2017! + 2018!}$$

2. Квадраттарының қосындысы 3-ке тең болатын a, b және c нақты сандары үшін

$$5(a^4 + b^4 + c^4) + 9 \geq 8(a^3 + b^3 + c^3)$$

теңсіздігі орындалатынын дәлелдеңіздер.

3. ABC үшбұрышында, үшбұрыштың бір қабырғасы мен қалған екі қабырғасының созындысын жанайтын шеңберлер (внеписанный) AB , BC , AC қабырғаларын сәйкесінше C_1 , A_1 , B_1 нүктелерінде жанайды. A' нүктесі – BB_1 және CC_1 кесінділерінің орта перпендикулярларының қиылысу нүктесі. B' нүктесі – AA_1 және CC_1 кесінділерінің орта перпендикулярларының қиылысу нүктесі. C' нүктесі – AA_1 және BB_1 кесінділерінің орта перпендикулярларының қиылысу нүктесі. A' , B' , C' нүктелері ABC үшбұрышының ішінде жатыр. AA' , BB' , CC' түзулері бір нүктеде қиылысатынын дәлелдеңіз.

Математика пәні бойынша
Республикалық оқушылар олимпиадасының
облыстық кезеңі

2017-2018 оқу жылы

10 сынып

1 тур

Құрметті қатысушылар! Олимпиада кезінде ұялы телефон, калькулятор және де басқа электронды құралдарды қолдануға тиым салынады. Көшіруге тиім салынады. Олимпиада уақытында дәрісханадан шығуға тиым салынады.

Жұмыс уақыты: 180 минут

Әр есеп 7 ұпайға бағаланады

1. Квадраттарының қосындысы 3-ке тең болатын a, b және c нақты сандары үшін

$$5(a^4 + b^4 + c^4) + 9 \geq 8(a^3 + b^3 + c^3)$$

теңсіздігі орындалатынын дәлелдеңіздер.

2. $2^x + 3^y$ саны толық квадрат болатындай барлық (x, y) натурал сандар жұбын табыңыздар.

3. ABC үшбұрышында, үшбұрыштың бір қабырғасы мен қалған екі қабырғасының созындысын жанайтын шеңберлер (внеписанный) AB , BC , AC қабырғаларын сәйкесінше C_1 , A_1 , B_1 нүктелерінде жанайды. A' нүктесі – BB_1 және CC_1 кесінділерінің орта перпендикулярларының қиылысу нүктесі. B' нүктесі – AA_1 және CC_1 кесінділерінің орта перпендикулярларының қиылысу нүктесі. C' нүктесі – AA_1 және BB_1 кесінділерінің орта перпендикулярларының қиылысу нүктесі. A' , B' , C' нүктелері ABC үшбұрышының ішінде жатыр. AA' , BB' , CC' түзулері бір нүктеде қиылысатынын дәлелдеңіз.

Математика пәні бойынша
Республикалық оқушылар олимпиадасының
облыстық кезеңі

2017-2018 оқу жылы

11 сынып

1 тур

Құрметті қатысушылар! Олимпиада кезінде ұялы телефон, калькулятор және де басқа электронды құралдарды қолдануға тиым салынады. Көшіруге тиім салынады. Олимпиада уақытында дәрісханадан шығуға тиым салынады.

Жұмыс уақыты: 180 минут

Әр есеп 7 ұпайға бағаланады

1. $2^x + 3^y$ саны толық квадрат болатындай барлық (x, y) натурал сандар жұбын табыңыздар.
2. P нүктесі ABC үшбұрышының ішінде жатыр. AP , BP және CP түзулері BC , CA және AB түзулерін сәйкесінше D , E және F нүктелерінде қияды. $ABDE$, $BCEF$, $CAFD$, $AEPF$, $BFPD$ және $CDPE$ алты төртбұрыштың кемінде екеуіне сырттай шеңбер сызуға болатын болса, онда алтауына да сырттай шеңбер сызуға болатынын дәлелдеңіздер.
3. $N = m^{2018} + 1$ ($m \in \mathbb{N}$, $m > 2018$) болсын. Тақтада, берілген рет бойынша, $N, N - m, N - 2m, \dots, m + 1, 1$ сандары жазылған. Бір жүрісте жазылған сандардың сол жағындағысын және оның бөлгіштерін (егер ондайлар болса) өшіруге болады. Осы әрекетті бірнеше рет қолданған соң, тақтада бір де бір сан қалған жоқ. Ең соңғы қай сан өшірілді.