

Математика пәні бойынша
Республикалық оқушылар олимпиадасының
облыстық кезеңі

2017-2018 оқу жылы

9 сынып

2 тур

Құрметті қатысушылар! Олимпиада кезінде ұялы телефон, калькулятор және де басқа электронды құралдарды қолдануға тиым салынады. Көшіруге тиім салынады. Олимпиада уақытында дәрісханадан шығуға тиым салынады.

Жұмыс уақыты: 180 минут

Әр есеп 7 ұпайға бағаланады

4. Кез-келген $m, n \in \mathbb{N}$ үшін

$$f(m-n + f(n)) = f(m) + f(n)$$

болатын барлық $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ функцияларын табыңыз.

5. Бірнеше әуежай екі жақты тікелей авиарейстермен байланыстырылған және әр әуежайдан шығатын рейстердің саны 2018-ден аспайды. Барлық рейстерді 11 авиакомпаниялардың арасында, кез-келген авиакомпанияның рейстерімен саны тақ болатын әуежайлар арқылы, айналмалы саяхат жасауға болмайтындай етіп бөлуге болатынын дәлелдеңіздер.

6. $ABCD$ төртбұрышы центрі O болатын шеңберге іштей сызылған. AB түзуі AB кесіндісі және сәйкесінше A және B -дан басталатын, a және b сәулелеріне бөлінді. r сәулесі a -ға CAD бұрышының биссектрисасына қатысты симметриялы; s сәулесі b -ға CBD бұрышының биссектрисасына қатысты симметриялы. O және C нүктелері AB түзуінің бір жағында, ал r және s сәулелерінің қиылысу нүктесі P – басқа жағында болып шықты. OP мен CD перпендикуляр екенін дәлелдеңіз.

Математика пәні бойынша
Республикалық оқушылар олимпиадасының
облыстық кезеңі

2017-2018 оқу жылы

10 сынып

2 тур

Құрметті қатысушылар! Олимпиада кезінде ұялы телефон, калькулятор және де басқа электронды құралдарды қолдануға тиым салынады. Көшіруге тиім салынады. Олимпиада уақытында дәрісханадан шығуға тиым салынады.

Жұмыс уақыты: 180 минут

Әр есеп 7 ұпайға бағаланады

4. Бірнеше әуежай екі жақты тікелей авиарейстермен байланыстырылған және әр әуежайдан шығатын рейстердің саны 2018-ден аспайды. Барлық рейстерді 11 авиакомпаниялардың арасында, кез-келген авиакомпанияның рейстерімен саны тақ болатын әуежайлар арқылы, айналмалы саяхат жасауға болмайтындай етіп бөлуге болатынын дәлелденіздер.
5. Барлық $x, y \in \mathbb{R}$ үшін, $f(xf(x) + f(y)) = x^2 + y$. шартын қанағаттандыратын барлық $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ функцияларын табыңыз.
6. $ABCD$ төртбұрышының AC және BD диагоналдары O нүктесінде қиылысады. AO , BO , CO және DO кесінділерінен $AA_1 = CC_1$, $BB_1 = DD_1$ болатындай етіп, сәйкесінше A_1, B_1, C_1 және D_1 нүктелері алынған. AOB және COD үшбұрыштарына сырттай сызылған шеңберлер екінші рет M нүктесінде, AOD және BOC үшбұрыштарына сырттай сызылған шеңберлер екінші рет N нүктесінде, A_1OB_1 және C_1OD_1 үшбұрыштарына сырттай сызылған шеңберлер екінші рет P нүктесінде, A_1OD_1 және B_1OC_1 үшбұрыштарына сырттай сызылған шеңберлер екінші рет Q нүктесінде қиылыссын. M , N , P және Q нүктелері бір түзудің бойында жататынын дәлелденіз.

Математика пәні бойынша
Республикалық оқушылар олимпиадасының
облыстық кезеңі

2017-2018 оқу жылы

11 сынып

2 тур

Құрметті қатысушылар! Олимпиада кезінде ұялы телефон, калькулятор және де басқа электронды құралдарды қолдануға тиым салынады. Көшіруге тиім салынады. Олимпиада уақытында дәрісханадан шығуға тиым салынады.

Жұмыс уақыты: 180 минут

Әр есеп 7 ұпайға бағаланады

4. $S_n = \{0, 1, 2, \dots, 4n-1\}$ болсын. S_n жиынының ішкі жиыны A сирек деп аталады, егер кез-келген $k = 0, 1, 2, \dots, n-1$ үшін келесі шарттар орындалса:

$$|A \cap \{4k+1, 4k+2, 4k+3\}| \leq 1,$$
$$|A \cap \{4k-2, 4k-1, 4k, 4k+1, 4k+2\}| \leq 2.$$

Сирек жиындардың санын анықтаңыз. (Мұндағы $|\mathcal{M}|$, \mathcal{M} жиынының элементтерінің санын білдіреді.)

5. Барлық $x, y \in (0, +\infty)$ үшін, $f(x)f(yf(x)) = f(x+y)$ шартын қанағаттандыратын барлық $f: (0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$ функцияларын табыңыз.
6. $ABCD$ төртбұрышының AC және BD диагоналары O нүктесінде қиылысады. AO , BO , CO және DO кесінділерінен $AA_1 = CC_1$, $BB_1 = DD_1$ болатындай етіп, сәйкесінше A_1, B_1, C_1 және D_1 нүктелері алынған. AOB және COD үшбұрыштарына сырттай сызылған шеңберлер екінші рет M нүктесінде, AOD және BOC үшбұрыштарына сырттай сызылған шеңберлер екінші рет N нүктесінде, A_1OB_1 және C_1OD_1 үшбұрыштарына сырттай сызылған шеңберлер екінші рет P нүктесінде, A_1OD_1 және B_1OC_1 үшбұрыштарына сырттай сызылған шеңберлер екінші рет Q нүктесінде қиылыссын. M , N , P және Q нүктелері бір түзудің бойында жататынын дәлелдеңіз.