«Утверждаю»
Директор РГКП «Национальный центр тестирования» Министерства образования и науки Республики Казахстан
_____ Р. Т. Емелбаев
“ 8 ” июня 2021 г.

Спецификация теста по по направлению «Математическая грамотность» для мониторинга образовательных достижений обучающихся
(9 класс)

1. Цель теста: оценка качества знаний обучающихся на соответствие государственному общеобязательному стандарту основного среднего образования.

2. Задача теста: оценка готовности обучающихся к усвоению учебного материала следующей ступени и уровня сформированности функциональной грамотности.

3. Содержание теста:

№	Тема	Цели обучения
1.	Понятие о числах и величинах	9.1.1.1 усвоить понятие радианной меры угла; 9.1.1.2 отмечать числа $0;\frac{\pi}{2};\pi;\frac{3\pi}{2};2\pi$ на единичной окружности
2.	Операции над числами	7.1.2.2 определять, какой цифрой оканчивается значение степени числа; 7.1.2.3 знать определение степени с нулевым и целым отрицательным показателем и её свойства; 8.1.2.1 применять свойства арифметического квадратного корня; 8.1.2.6 сравнивать действительные числа; 9.1.2.1 переводить градусы в радианы и радианы в градусы
3.	Уравнения и неравенства, их системы и совокупности	6.2.2.3 решать линейные уравнения с одной переменной; 6.2.2.4 решать уравнения вида $\lvert x \pm a \rvert = b$, где a и b – рациональные числа; 6.2.2.10 решать линейные неравенства видовkx>b, kx≥b, kx<b, kx≤b; 6.2.2.14 решать системы линейных неравенств с одной переменной; 6.2.2.15 изображать множество точек на координатной прямой, заданное неравенством вида |x|>a, |x|≥a, |x|<a, |x|≤a; 6.2.2.19 решать системы уравнений способом подстановки и способом сложения; 7.4.2.4 решать системы линейных уравнений графическим способом; 8.2.2.3 решать квадратные уравнения; 8.2.2.4 применять теорему Виета; 8.2.2.5 решать уравнения вида $\lvert ax^2+bx\rvert+c=0; ax^2+b\lvert x\rvert+c=0$; 8.2.2.6 решать дробно-рациональные уравнения;

		8.2.2.7 решать уравнения, приводимые к квадратным уравнениям; 8.2.2.8 решать квадратные неравенства; 8.2.2.9 решать рациональные неравенства; 9.2.2.1 различать линейные и нелинейные уравнения с двумя переменными; 9.2.2.2 решать системы нелинейных уравнений с двумя переменными; 9.2.2.3 решать неравенства с двумя переменными; 9.2.2.4 решать системы нелинейных неравенств с двумя переменными
4.	Последовательности и суммирование	5.2.3.1 устанавливать закономерности в последовательности из натуральных чисел; 5.2.3.2 находить недостающие элементы в последовательностях из натуральных чисел; 5.2.3.3 придумывать закономерности и составлять последовательности из натуральных чисел; 5.2.3.4 устанавливать закономерности в числовых последовательностях, состоящих из дробей; 5.2.3.5 придумывать закономерности и составлять последовательности, состоящие из дробей ; 9.2.3.1иметь представление о числовой последовательности; 9.2.3.2 находить n-й член последовательности, например: $\frac{1}{2\cdot 3};\frac{1}{3\cdot 4};\frac{1}{4\cdot 5};\frac{1}{5\cdot 6};\ldots$ 9.2.3.3 знать и применять метод математической индукции; 9.2.3.4 распознавать арифметическую и геометрическую прогрессии среди числовых последовательностей; 9.2.3.5 знать и применять формулы n-го члена, суммы n первых членов и характеристическое свойство арифметической прогрессии; 9.2.3.6 знать и применять формулы n-го члена, суммы n первых членов и характеристическое свойство геометрической прогрессии; 9.2.3.7 решать задачи, связанные с арифметической и/или геометрической прогрессиями; 9.2.3.8 применять формулу суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии для перевода десятичной периодической дроби в обыкновенную дробь; 9.2.3.9 применять формулу суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии к решению задач

5.	Тригонометрия	9.2.4.1 знать определения тригонометрических функций; 9.2.4.2 знать взаимосвязь координат точек ($\cos\alpha;\sin\alpha$) единичной окружности с тригонометрическими функциями; 9.2.4.3 выводить и применять тригонометрические формулы суммы и разности углов, формулы двойного и половинного угла; 9.2.4.4 выводить и применять формулы приведения; 9.2.4.5 находить с помощью единичной окружности область определения и множество значений тригонометрических функций; 9.2.4.6 объяснять с помощью единичной окружности чётность (нечётность), периодичность, монотонность и промежутки знакопостоянства тригонометрических функций
6.	Основы комбинаторики	9.3.1.1 знать правила комбинаторики (правила суммы и произведения); 9.3.1.2 знать определение факториала числа; 9.3.1.3 знать определения перестановки, размещения, сочетания без повторений; 9.3.1.4 знать формулы комбинаторики для вычисления чисел перестановок, размещений, сочетания без повторений; 9.3.1.5 решать задачи, применяя формулы комбинаторики для вычисления числа перестановок, размещений, сочетания без повторений; 9.3.1.6 знать и применять формулу бинома Ньютона и его свойства
7.	Теория множеств и элементы логики. Статистика и анализ данных	5.4.1.1 усвоить понятия множества и его элементов, пустого множества; 5.4.1.2 знать определения объединения и пересечения множеств; 5.4.1.3 находить объединение и пересечение заданных множеств, записывать результаты, используя символы $\cup$, $\cap$; 5.4.1.4 усвоить понятие подмножества; 5.4.1.5 определять характер отношений между множествами (пересекающиеся и непересекающиеся множества); 5.4.3.1 иметь представления о круговой, линейной и столбчатой диаграммах; 5.4.3.2 строить круговые, линейные и столбчатые диаграммы; 5.4.3.3 извлекать статистическую информацию, представленную в виде таблиц или диаграмм 6.4.3.1 знать определения среднего арифметического нескольких чисел, размаха, медианы и моды ряда числовых данных; 6.4.3.2 вычислять статистические числовые характеристики; 7.3.3.1 усвоить понятия генеральной совокупности,

		случайной выборки, вариационного ряда, варианты; 7.3.3.2 вычислять абсолютную и относительную частоты варианты; 7.3.3.3 собирать статистические данные и представлять их в табличном виде; 7.3.3.4 представлять выборку в виде частотной таблицы; 7.3.3.5 проверять данные таблицы на непротиворечивость; 7.3.3.6 представлять результаты выборки в виде полигона частот; 7.3.3.7 анализировать статистическую информацию, представленную в виде таблицы или полигона частот; 8.3.3.1 представлять результаты выборки в виде интервальной таблицы частот; 8.3.3.2 представлять данные интервальной таблицы частот в виде гистограммы частот; 8.3.3.3 знать определение накопленной частоты; 8.3.3.4 анализировать информацию по статистической таблице, полигону частот, гистограмме; 8.3.3.5 знать определения и формулы для вычисления дисперсии и стандартного отклонения
8.	Начало математического анализа	7.4.1.1 усвоить понятия функции и графика функции; 7.4.1.2 знать способы задания функции; 7.4.1.3 находить область определения и множество значений функции; 7.4.1.4 знать определение функции $y = kx$, строить её график и устанавливать его расположение в зависимости от k; 7.4.1.5 знать определение линейной функции $y = kx + b$, строить её график и устанавливать его расположение в зависимости от значений k и b; 7.4.1.6 находить точки пересечения графика линейной функции с осями координат (без построения графика); 7.4.1.7 определять знаки k и b линейной функции $y = kx + b$, заданной графиком; 7.4.1.8 обосновывать взаимное расположение графиков линейных функций в зависимости от значений их коэффициентов; 7.4.1.9 задавать формулой линейную функцию, график которой параллелен графику данной функции или пересекает его; 7.4.1.10 строить график функции $y=ax^2$ ($a\neq0$) и знать её свойства; 7.4.1.11 строить график функции $y=ax^3$ ($a\neq0$) и знать её свойства; 7.4.1.12 строить график функции $y = \frac{x}{x}$ $(k \neq 0)$и знать её свойства 8.4.1.1 знать свойства функции $y = \sqrt{x}$ и строить её график; 8.4.1.2 знать свойства и строить графики квадратичных функций вида $y=a(x-m)^2$, $y=ax^2+n$, $y=a(x-m)^2+n$, $a\neq0$;

		8.4.1.3 знать свойства и строить график квадратичной функции вида $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$; 8.4.1.4 находить значения функции по заданным значениям аргумента и находить значение аргумента по заданным значениям функции
9.	Решение задач с помощью математического моделипрвания	7.4.2.1 решать задачи, в которых величины выражены очень большими или очень малыми числами; 7.4.2.2 решать текстовые задачи, с помощью составления уравнений и неравенств; 7.4.2.3 оценивать, как изменяются площадь квадрата и объём куба при изменении их линейных размеров; 7.4.2.4 решать системы линейных уравнений графическим способом; 8.4.2.1 решать текстовые задачи с помощью квадратных уравнений; 8.4.2.2 решать текстовые задачи с помощью дробно-рациональных уравнений; 8.4.2.3 использовать квадратичную функцию для решения прикладных задач; 9.4.2.1 решать текстовые задачи с помощью систем уравнений; 9.4.2.2 решать текстовые задачи, связанные с геометрической и арифметической прогрессиями
10.	Понятие о геометрических фигурах	7.1.1.17 применять теорему о сумме внутреннихуглов треугольника и следствия из неё при решении задач; 7.1.1.19 применять теорему о внешнем угле треугольника; 7.1.1.20 знать соотношение между сторонами и углами треугольника и применять его при решении задач; 7.1.1.24 применять свойстваравностороннего треугольника при решении задач; 7.1.1.26 применять признаки равенства прямоугольных треугольников при решении задач; 7.1.1.27 применять свойства прямоугольного треугольника; 7.1.1.29 знать и применять определение и свойства центрального угла; 7.1.1.30 доказывать и применять теоремы о перпендикулярности диаметра и хорды; 8.1.1.4 выводить и применять свойства параллелограмма; 8.1.1.5 выводить и применять признаки параллелограмма; 8.1.1.8 знать и применять теорему о пропорциональных отрезках; 8.1.1.12 доказывать и применять свойство средней линии треугольника; 8.1.1.13 доказывать и применять свойство средней линии трапеции
11.	Взаимное расположение геометрических фигур	7.1.2.7 применять свойства параллельных прямых при решении задач;

		7.1.2.8 усвоить понятие перпендикуляра, наклонной и проекции наклонной; 7.1.2.10 знать и применять свойства перпендикулярных прямых; 7.1.2.11 знатьопределения касательной и секущей к окружности; 7.1.2.12 анализировать случаи взаимного расположения прямой и окружности, двух окружностей; 7.1.2.13 знать и применять свойства касательной к окружности при решении задач; 7.1.2.14 знатьопределения окружностей, вписанной в треугольник и описанной околотреугольника; 7.1.2.16 строить угол, равный данному, биссектрису угла, делить отрезок пополам; 7.1.2.17 строить серединный перпендикуляр к отрезку, прямую, перпендикулярную к данной прямой; 7.1.2.18 строить треугольник по заданным элементам
12.	Метрические соотношения	7.1.3.1 знать и применять неравенство треугольника; 8.1.3.1 знать и применять свойства медиан, биссектрис, высот и серединных перпендикуляров к сторонам треугольника; 8.1.3.3 доказывать и применять теорему Пифагора; 8.1.3.4 доказыватьи применять свойства высоты в прямоугольном треугольнике, опущенной из вершины прямого угла на гипотенузу; 8.1.3.7 применять значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса углов 30°, 45°, 60° для нахождения элементов прямоугольного треугольника; 9.1.3.2 находить длину вектора; 9.1.3.3 выполнять действия над векторами в координатах; 9.1.3.4 знать и применять скалярное произведение векторов и его свойства; 9.1.3.5 вычислять угол между векторами; 9.1.3.6 знать и применять теорему косинусов; 9.1.3.7 знатьи применять теорему синусов; 9.1.3.8 знать и применять формулы площади вписанного треугольника ($S = \frac{abc}{4R}$, где a, b, c–стороны треугольника, R–радиус описанной окружности), площади описанного многоугольника ($S = p \cdot r$, где r – радиус вписанной окружности, p–полупериметр многоугольника); 9.1.3.9 знать и применять формулы для нахождения радиуса окружности, используя площади вписанных и описанных треугольников; 9.1.3.10 применять теоремы синусов и косинусов для решения треугольников и прикладных задач
13.	Векторы и преобразования	9.1.4.1 знать определения вектора, коллинеарных векторов, равных векторов, нулевого вектора, единичного вектора и длины вектора; 9.1.4.2 знать и применять правила сложения векторов и

		умножения вектора на число; 9.1.4.3 применять условие коллинеарности векторов; 9.1.4.4 раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам; 9.1.4.5 знать определение угла между двумя векторами; 9.1.4.6 находить скалярное произведение векторов; 9.1.4.7 решатьзадачи векторным методом; 9.1.4.8 знать виды, композициидвижений иих свойства; 9.1.4.9 строить образы фигур при симметриях, параллельном переносе, повороте; 9.1.4.10 решать задачи с применениемпреобразований плоскости; 9.1.4.11 знать определение и свойства гомотетии; 9.1.4.12 строить образы различных фигур при гомотетии; 9.1.4.13 знать определение и свойства подобных фигур; 9.1.4.14 знать и применять признаки подобия треугольников; 9.1.4.15 знать и применять подобие прямоугольных треугольников; 9.1.4.16 знать и применять свойство биссектрисы треугольника; 9.1.4.17 знать формулу зависимости между площадями подобных фигур и коэффициентом подобия; 9.1.4.18 знать симметрии правильных многоугольников; 9.1.4.19 применять векторы к решению задач
14	Алгебраические выражения и преобразования	6.2.1.13 использовать записи $\overline{ab} = 10a + b$, $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ для решения задач, связанных с числами; 7.2.1.1 применять свойства степени с целым показателем при нахождении значений числовых выражений; 7.2.1.10 знать и применять формулы сокращённого умножения $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$; $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$; 7.2.1.11 знать и применять формулы сокращённого умножения $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + +b^2)$; $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b +$ $+3ab^2 \pm b^3$ 7.2.1.12 раскладывать алгебраические выражения на множители вынесением общего множителя за скобки и способом группировки; 7.2.1.13 выполнять тождественные преобразования алгебраических выражений с помощью действий над многочленами, разложения многочлена на множители; 7.2.1.15 выполнять тождественные преобразования алгебраических выражений с помощью формул сокращённого умножения; 7.2.1.17 находить область допустимых значений переменных в алгебраической дроби;

		7.2.1.18 применять основное свойство алгебраической дроби $\frac{ac}{bc}=\frac{a}{b}, b \neq 0, c \neq 0$; 7.2.1.21 выполнять преобразования алгебраических выражений; 8.2.1.3 раскладывать квадратный трехчлен на множители

4. Характеристика содержания заданий

Тест содержит 13 тестовых заданий, которые направлены на оценку способности применения математики в жизненных ситуациях, формулировать, применять и интерпретировать математику в различных жизненных обстоятельствах. Тестовые задания расположены в тесте по нарастанию трудности: относительно от простых до сложных и более сложных заданий, предполагающих свободное владение материалом и высокий уровень математических познаний и соответствующих навыков.

5. Трудность тестовых заданий в одном варианте теста: тест состоит из 3-х уровней трудности: базовый уровнень (А) – 30%, средний уровень (В) – 50%, высокий уровень (С) – 20%.

Базовый уровень трудности позволяет провести оценку минимального уровня подготовленности обучающегося, воспроизвести простые знания и навыки, распознавать простые модели в стандартных ситуациях, выполнять простые действия с помощью определённых указаний, приводить простые аргументы.

Средний уровень трудности предполагает правильно воспроизводить основные знания и навыки, распознавать простые модели в новых ситуациях, обобщать информацию и формулировать выводы с частичным обоснованием, приводить аргументы, уметь анализировать, сравнивать, обобщать и систематизировать при выполнении действий в знакомых, но отличающихся от образца ситуациях, понимать смысл общих текстов и выявлять данные, необходимые для выполнения действий.

Высокий уровень трудности характеризует воспроизведение более сложные знания и навыки, распознавать более сложные модели заданий, использовать альтернативные и нестандартные пути решения, интегрировать знания, умения и навыки из других областей учебной программы для решения задач, выполнять большинство действий самостоятельно в новых ситуациях, необходимых для выполнения заданий, проводить рассуждение, состоящее из двух или более этапов.

6. Форма тестовых заданий: тестовые задания закрытой формы с выбором одного правильного ответа.

7. Время выполнения тестовых заданий: продолжительность выполнения одного задания в среднем 1,5-2 минуты. Общее выполнение всего направления «Математическая грамотность» – 25 минут.

8. Оценка выполнения отдельных тестовых заданий и всего теста: за верное выполнение каждого задания испытуемый получает 1 балл. За верное выполнение всего теста получает 13 баллов.

9. Рекомендуемая литература: «Перечень учебников, учебно-методических комплексов, пособий и другой дополнительной литературы, в том числе на электронных носителях, разрешенных к использованию в организациях образования», утвержденный Министерством Образования и науки Республики Казахстан.