**Жасөспірімдер олимпиадасының**

**математика пәнінен тапсырмалары**

**І кезең**

**1.** 13-ке қалдықсыз бөлінетін, ал 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 және 12 сандарының әрқайсысына бөлгенде 1 қалдық беретін натурал санды табыңыз.

**2.** НОК(m, n) – НОД(m, n) = $\frac{mn}{3}$ теңдігі орындалатындай барлық m мен n натурал сандар жұбын табыңыз.

**3.** Кез келген үшеуінің қосындысы жай сан болатындай етіп, ең көп дегенде неше әртүрлі натурал сандарды таңдап алуға болады?

**4.** Ені 1-ге тең, ал ұзындығы торкөздердің бүтін санынан құралған таспалардың саны шектеусіз. Осындай таспалармен 3$×$3$×$3 кубын бір қабат қаптап шығу үшін кем дегенде неше таспа қажет? (Таспаның әрбір торкөзі кубтың бетіндегі қандайда бір торкөзді толығымен жауып тұруы керек).

**5.** Бір-бірінен тек цифраларының алмастыруымен ғана ерекшеленетін сегіз таңбалы екі санның қосындысы 20062007-ге тең болуы мүмкін бе?

**Задания юниорской олимпиады по математике**

**Вывод**

**1.** В трех сосудах налита вода. Если $\frac{1}{3}$ воды первого сосуда перелить во второй, затем $\frac{1}{4}$ воды, оказавшейся во втором, перелить в третий и, наконец, $\frac{1}{10}$ воды третьего перелить в первый, то в каждом сосуде окажется воды по 9 литров. Сколько было воды в каждом сосуде?

**2.** В языке одного древнего племени было 6 гласных и 8 согласных, причем при составлении слов гласные и согласные непременно чередовались. Сколько слов из девяти букв могло быть в этом языке?

**3.** В шахматном турнире участвовало два ученика 7-ого класса и некоторое число учеников 8-ого класса. Каждый ученик играл с каждым другим один раз. Два семиклассника набрали вместе 8 очков, а все восьмиклассники набрали одинаковое число очков. Сколько восьмиклассников участвовало в турнире и сколько они набрали очков?

**4.** На миллиметровой бумаге нарисован прямоугольник 272$×$204 мм (его стороны идут по линиям сетки). Проведем его диагональ и отметим все узлы сетки, которые на ней лежат. На сколько частей узлы делят диагональ?

 **Решения заданий по математике**

**Довывод**

**1.** Число, делящееся на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 и 12 равно 8$∙$9$∙$5$∙$7$∙$11=27720. При делении на 13 получим 27720=13$∙$2132+4

Тогда число 3(13$∙$2132+4)+1 = 13$∙$3$∙$2132+12+1 = 13$∙$3$∙$2132+13=

13(6396+1)=13$∙$6397=83161, делится на 13. Ответ: 83161.

**2.** HОК (m, n) – делитель числа mn.

Из уравнения получим, что НОК (m,n)$>\frac{mn}{2}$

Отсюда получим HОК (m,n)=mn, либо HОК (m,n)=$ \frac{mn}{2}$

1. HОК (m,n)=mn. Следовательно m,n взаимно просты и HОД (m,n)=1. Тогда mn-1=$ \frac{mn}{3}$. Следовательно mn= $\frac{3}{2}$, что невозможно.
2. HОК (m,n)=$ \frac{mn}{2}$ следовательно HОД (m,n)=2 .

Тогда $\frac{mn}{2}-2= \frac{mn}{3}$, т.е. $mn=12$

Отсюда:

m=1 n=12 m=2 n=6 m=3 n=4 m=4 n=3 m=6 n=2

m=12 n=1, но т.к HoД (m,n)=2, то получим либо m=2, n=6 либо m=6, n=2. Ответ: (2,6), (6, 2).

**3.** Допустим, что существует пять таких чисел. Тогда рассмотрим остатки этих чисел от деления на 3. Если есть три одинаковых остатка, то сумма этих чисел делится на три. Если же нет трех одинаковых остатков, то есть три числа с остатками 0,1,2 . Тогда их сумма также кратна 3. Поскольку все числа различны, то сумма трех чисел больше трех. Следовательно, простым числом эта сумма быть не может. Существует 4 числа с указанными свойствами. Например: 1,3,7,9. Ответ: 4 числа.

**4.** Как оклеить шестью полосками, показано на рисунке 1.

На рисунке 1.



 три полоски три полоски

Допустим, что существует способ оклеить пятью полосками. Поскольку площадь поверхности кубика 54 клетки, то длина, по крайней мере одной плоскости, не менее 11. Следовательно, оставшимися четырьмя полосками надо оклеить не менее 42 клеток, так как длина одной плоскости не более 12 клеток. Полоска длиной 11 клеток оклеивает не более четырех граней и две грани остаются не затронутыми. На рисунке 2 показаны эти грани.

b

а

 длинная полоска

Для того, чтобы оклеить a и b на двух этих уровнях необходимо использовать две плоскости суммарная длина которых не более 10 клеток. Следовательно, оставшимися двумя полосками нужно оклеить 32 клетки, что невозможно, так как длина полоски не более 12 клеток. Противоречие.

**5.** Два восьмизначных числа отличаются перестановкой цифр. Может ли их сумма быть равна 20062007? Может. Достаточно привести пример: 10015456+10046551=20062007

 **Вывод**

**1.** Пусть в первом сосуде Х литров, во втором У и в третьем Z.

* 1. После первого переливания: $\frac{2}{3}$х, у+$\frac{1}{3}$, z
	2. После второго переливания: $\frac{2}{3}х, \frac{3}{4} \left(у+\frac{1}{3}х\right), z+\frac{1}{4}(y+\frac{1}{3}x)$
	3. После третьего переливания:

 $\frac{2}{3}x+\frac{1}{10}\left(z+\frac{1}{4}\left(y+\frac{1}{3}x\right)\right), \frac{3}{4}\left(y+\frac{1}{3}x\right), \frac{9}{10}\left(z+\frac{1}{4}\left(y+\frac{1}{3}x\right)\right)$

Так как после третьего переливания в сосуде оказалось по 9 литров, то получим систему:

$\frac{2}{3}x+\frac{1}{10}$*(z+*$\frac{1}{4}(y+\frac{1}{3}x))=9$

$$\frac{3}{4} \left(y+\frac{1}{3}x\right)=9$$

$$\frac{9}{10}(z+\frac{1}{4}\left(y+\frac{1}{3}x\right)=9$$

*27x+y+4z=360*

*X+3y=36*

*X+3y+12z=120*

Из второго и третьего: 12z=120-36 12z=84 Z=7

Из второго x=36-3y. Подставляем в первое и получаем:

27$∙$(36-3у)+н+4$∙$7=360

972-81у+у+28=360

-80у = -840

У= 8 Х = 3-3$∙$8 =12 Ответ: 12, 8, 7

**2.** Слова могут быть двух видов:

1. Слово, начинающееся с гласной
2. Слово, начинающееся с согласной

Слово первого вида: гсгсгсгсг

Слово второго вида: сгсгсгсгс

Где, г – гласная и с – согласная

Поскольку гласных – 6, а согласных – 8, то слово первого вида будет: 6584 , а слов второго вида: $8^{5}6^{4}$

Всего слов: 6584 + 8564 Ответ: 6584 + 8564

**3.** Пусть n – число восьми классников, m – число очков, набранных каждым из них. mn+8 – число очков, набранных всеми участниками. С другой стороны число очков равно числу сыгранных партий: $\frac{\left(n+2\right)(n+1)}{2}$ Отсюда: mn+8=$ \frac{\left(n+2\right)(n+1)}{2}$

2mn+16=n2+3n+2

n2+3n-2mn=14

n(n+3-2m)=14

n – целое число. Число m может быть рациональным со знаменателем 2, но 2m – целое и n+3-2m - целое. Следовательно, может быть равно одному из чисел: 1,2, 7, 14. При n=1, или n=2 общее число участников было бы меньше 5. Тогда семиклассники не могли бы набрать 8 очков. При n=7 имеем m=4.

При n=14 получим m=8 Ответ: 7 или 14

**4.** Разобьем каждую из двух смежных сторон прямоугольника на 68 одинаковых частей и через точки деления проведем прямые по линиям сетки. Тогда диагонали прямоугольника разобьются узлами сетки на 68 одинаковых частей, служащих диагоналями прямоугольников размером 3х4 мм. На диагонали каждого такого прямоугольника нет ни одного узла сетки. Ответ: 68 частей